

Aufgaben: Wendepunkte und Kurvendiskussion

Aufgabe 1 (Wendepunkte)

Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte. Geben Sie auch an, in welchen Bereichen die Funktion links gekrümmt (streng konvex), und in welchen Bereichen die Funktion rechts gekrümmt (streng konkav) ist.

$$(1) f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - 12 \cdot x^2 + 108 \cdot x - 6 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$$

$$(2) f(x) = -\frac{1}{6} \cdot x^3 + \frac{43}{2} \cdot x^2 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$$

$$(3) f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^4 - \frac{23}{3} \cdot x^3 + 60 \cdot x^2 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$$

$$(4) f(x) = -e^x + \frac{1}{2} \cdot x^2 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$$

$$(5) f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - 25 \cdot x^2 + 225 \cdot x - 7 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$$

$$(6) f(x) = -\frac{1}{12} \cdot x^4 + \frac{23}{2} \cdot x^3 - \frac{770}{2} \cdot x^2 - 5 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$$

$$(7) f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x} \quad \mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

$$(8) f(x) = x^3 + x^2 + x - 1 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$$

$$(9) f(x) = -x^3 + 2 \cdot x + 7 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$$

$$(10) f(x) = \frac{1}{20} \cdot x^5 - \frac{1}{6} \cdot x^3 + 2 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$$

Aufgabe 2 (Kurvendiskussion)

Wir haben die Funktion $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot x^2 - \frac{4}{3} \cdot x \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

(1) Bestimmen Sie die Nullstellen.

(2) Bestimmen Sie den Schnittpunkt mit der y-Achse.

(3) Bestimmen Sie sämtliche (lokalen und globalen) Minima und Maxima. Geben Sie auch die Tief- und Hochpunkte an.

(4) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte. Geben Sie auch an, in welchen Bereichen die Funktion streng konvex oder streng konkav verläuft.

(5) Zeichnen Sie die Funktion im Bereich $-4 \leq x \leq 3$.